

# 數學教育學門研究方向與成果

郭伯臣\*

## 一、前言

數學教育學門成立於民國 85 年，本學門參酌國際趨勢及國內社會需求，提供給數學教育學者以及數學、科技、教育等跨領域的學者，針對數學課程與教學、數學學習與評量、數學史哲與文化社會、師資培育與教師專業發展及科技融入等主要議題，進行系統與長期性的研究；涵蓋的學習階段包含學前、小學、中學與高等教育，對象範圍為本國及本國以外地區之幼兒、中小學生、大學生、研究生、職前教師、在職教師、乃至師資培育者。

## 二、學門成果

近年來數學教育學門主要成果分為五大方面說明如下：

### (一) 數學課程與教學研究

為了因應高科技與大數據的時代，課程的發展、實施與推廣評估勢在必行，課程的發展、實施與推廣評估又與教學的改變、品質、成效等息息相關。據此，數學教育學門針對課程與教學的研究，主要重點如下：

1. 發展、實施與評估提升數學素養或跨學科素養的課程與教材。
2. 探討扶弱(學習不足)或拔尖(資優生)的適性教材與教學模式。
3. 解決各階段課程或學生的數學學習銜接之教材與教學問題。
4. 探討大學各學院所需的數學及各學院的數學教學相關議題。

目前研究成果包含：(1)藉由理論與實徵研究回顧，提出多重對偶觀點下的數學素養四要素(知、用、觀、學)，以支持十二國教素養導向課程的發展、實施與推廣評估。(2)協同教育部「就是要學好數學(Just Do Math, JDM)」計畫，

---

\* 國立臺中教育大學教育資訊與測驗統計研究所特聘教授兼教育學院院長、科技部人文司數學教育學門召集人

推動數學教育學習環境建設工程研究，透過 JDM 的內部發展與外部評鑑建立數學奠基教育的扎根理論。(3)發展、實施與推廣評估整合閱讀與建模歷程的高中選修課程。(4)發展、實施與推廣評估大學數學跨領域的通識課程。

未來預期以鞏固數學素養作為接軌跨領域課程與教學的理念，考量年齡階段、學習狀態、學習目標等不同的學習環境深入探討有效促進數學素養動態發展的課程與教學模式。

## (二)數學學習與評量研究

延續數學教育一直以來的學習目標與評量標的，各階段學生的數學概念理解、程序計算，以及應用解題是本學門常見的研究議題，紙筆與訪談則是基本的教學與評量工具。晚近則見數學基礎能力(例如數字感, number sense)以及高層次的數學思維能力(例如建模, modelling)之探討，研究法與工具也擴展到各類認知神經、測驗技術，與數位環境與工具，例如核磁造影、腦波儀、眼動儀、項目反應理論(IRT)、數位學習與評量平臺。而學生的學習態度與數學學習成效密切相關，本學門有許多研究探討數學學習的動機、自我效能、目標導向、歸因、態度等情意因素，研究法也從研究者自行發展自陳式問卷、橫斷式的評量，以及簡單相關分析的研究，擴大到運用客觀工具(例如腦波)、使用大型資料庫、執行縱貫性評量，以及運用各類高階測驗統計方法，例如 IRT、結構方程模式、階層線性模式、模糊統計、貝氏網絡等。因為研究議題與新興研究工具的發展，參與本學門研究的學者，也擴大到心理學、特殊教育、資訊教育等不同學術背景，未來也期待更多不同領域之學者加入。

## (三)數學素養與數學文化研究

近年國際數學成就與素養評比發現臺灣學生對數學喜好的情意態度明顯低落，原因之一可能是學生只認識數學的工具性角色，沒有機會體驗它的社會性與文化意義，導致無法察覺數學在個人生涯發展中所能發揮的價值。因此認識數學的社會性和文化面向，有助於讓數學學習從工具性的層次延伸到知識性的層次，以深化學生數學素養內涵。國內數學教育研究人員目前分別從下列幾個研究方向出發，以達成上述目標：

1. 瞭解國際研究趨勢：數學素養雖然是國際數學教育研究的顯學，但各國對其內涵仍尚未達成一致共識，例如關於「literacy」、「competence」和「proficiency」的研究在國內都被歸入「素養」一類，因此有必要檢視與闡述國際間數學素養的內涵與研究趨勢，並考量國內社會現況與教育脈絡，發展因應未來人才需求之研究與論述。

2. 強調數據分析與推理能力：尤其在充滿大量資訊和不確定性的脈絡裡，要做出理性的反思與判斷時，其證據來源經常是各式各樣的數據資料。所以培養學生如何蒐集數據、理解數據、運用數據，是數學素養中不可或缺的一種量化與分析資料的能力。
3. 提升臆測論證與建模：「臆測」、「論證」與「建模」是數學思考三個層次，也突顯出數學不僅是一門演繹科學，也是一門實驗科學。所以目前許多學者均設法透過有效策略與活動提升學生的數學臆測、論證與建模的能力。
4. 發展數學閱讀能力：閱讀是自學的關鍵能力，數學有獨特的術語、符號、語法，與圖表，本學門有探討各階段學生閱讀數學文本的能力與困難的研究，也見發展促進數學閱讀理解的教學方案。
5. 認識數學史與數學文化：數學史一方面顯示出數學知識伴隨著人類社會的發展而更迭，另一方面也表明數學知識的增長與演化能促進人類文明的進展，因而數學自成一種特殊的文化。因此認識數學史進而理解數學文化是培養數學素養的重要元素。目前國內已有一批研究者與中小學老師合作發展數學史與數學文化教材。

為使數學素養與數學文化的教學與研究更加聚焦，未來應該發展檢測工具以審視學生、職前與在職教師、甚至社會大眾對數學素養與數學文化的認知程度，才能提升學生、教師與社會大眾對數學素養與數學文化的理解。再者，透過數學與其他人文領域（例如文學、音樂、藝術、歷史）的跨領域合作研究也是深化數學素養與數學文化內涵的有效途徑。

#### （四）數學師資培育及教師專業發展

教師對教材、學習、教學、和評量的實踐扮演極為重要的角色。師資培育機構或師資培育者透過哪些培育課程、策略或方法等學習機會培育教師或支持系統，來提升教師關於數學教學和學生學習相關的教學專業知能與信念或價值；針對特定數學內容（數、測量、代數、統計等）或數學思維方法（臆測、論證、推理、素養等）探討教師如何配合教育改革對數學課程、教學及評量在課堂進行實作與反思；以及如何配合新興科技（如 STEM，STEAM）或教學模組、或教學與評量整合等，都是教師與其他議題結合的研究議題。本研究主題包含從幼稚園、小學到大學不同教育層級及從職前教師到專家教師不同專業層級的教師及師資培育者的學習與發展。參酌國際數學教師教育與教師專業發展的研究趨勢，以及國內數學教育之需求，目前主要的研究方向包含：

1. 數學師資培育課程、學習策略、教師的學習理論相關議題。

2. 數學教師專業知識、概念、信念、自我效能、與專業實作能力等相關議題。
3. 數學教師及師資培育者的專業發展歷程、模式及成效評量相關議題。
4. 教師數學教學實務相關議題。
5. 教師數學教學專業發展社群支持系統相關議題。
6. 結合跨領域（STEM 或 STEAM）或新興科技、教學模組、或教學與評量整合等與數學教師之相關議題。

近幾年的主要研究成果著重在配合教育改革提升教學品質，具體的研究作法為（1）從瞭解職前教師或在職教師對不同主題的教科書解讀與轉化、教師對不同數學主題的自我效能、教學信念及專業知識之現況研究，逐漸轉移到提升到透過不同的學習策略（數學教學案例、臆測教學、形成性評量、學習軌道、主題教學、奠基活動等）協助教師具有正面的教學信念與提升教學品質。（2）從研究教師個體的專業發展、到學生＋教師的專業發展、至今為學生＋課堂＋教師的教學專業發展。

#### （五）資訊科技輔助數學教育

數學本身著重於思維的抽象化，需藉助表徵系統作為溝通、認知與學習的仲介，由於科技的快速發展讓溝通、表徵、訊息傳遞的方式有了許多的改變，從而也影響數學表徵形式、教學策略、學習方式與評量方法。參考國內外數學數位學習相關研究趨勢，以及國內數學教育之需求，目前主要的研究方向如下：

1. 使用資訊科技協助高層次數學能力學習與評量，例如：推理、建模、臆測、論證、溝通、閱讀、寫作、創造與合作問題解決等。
2. 人工智慧在數學教育的應用，例如：發展數學人工智慧教學系統。
3. 數學教育大數據之蒐集、採礦、分析與應用，例如：以大數據分析為基礎的數學適性學習系統。
4. 使用資訊科技發展悅趣化互動數學學習工具，例如：虛擬實境或擴充實境在數學教育上的應用。
5. 跨學科整合，發展以數學為基礎的 STEAM 或創客（Maker）教育。
6. 使用資訊科技以提升教師數位化數學教學的能力。

目前比較具體的研發成果有：數學電子教科書的研發、數學幾何證明數位學習系統之建置、以對話為基礎的數學人工智慧家教系統、考慮認知負荷的 AMA（Activate Mind and Attention）數位內容設計創意展示平臺、結合數學思維與運算思維的教學與評量設計、數學素養數位教材設計等。

### 三、學門活動

以下為數學教育學門近年來每一年度會舉辦的活動，透過這些活動互相交流研究心得，凝聚研究方向共識，藉以發展具特色的研究團隊。

#### (一)年度專題研究計畫成果討論會

藉由與會者分享研究成果、共同探討數學教育之未來研究發展趨勢並且凝聚共識，進行前瞻且具時效與應用性之整合性研究議題促進數學教育學者之經驗傳承與交流，藉此增進相關領域學者相互認識、瞭解並創造合作機會。

#### (二)數學教育研究趨勢討論會

邀請數學教育研究傑出學者專家組成座談會 (panel discussion)，共同討論未來數學教育之發展趨勢，掌握國際數學教育的脈動，並與國際數學教育研究趨勢接軌，邀請參加對象為對數學教育有興趣的學者、教學現場之教師、博士後研究員及博碩士班研究生。

#### (三)研究計畫書說明會

為促進數學教育社群交流，培育研究人才，並提升研究計畫的品質，舉辦研究計畫書說明會。邀請對象為對數學教育有興趣且具有擔任科技部計畫主持人資格的學者。

#### (四)論文寫作工作坊

為了提升國內數學教育學術論文的質量與能量，推動國內研究人員將研究成果撰寫成期刊論文投稿至國內外期刊，規劃舉辦論文寫作工作坊。論文寫作工作坊之講者將邀請國內外數學教育期刊主編或國內資深研究者；邀請參加對象為對數學教育有興趣的學者、博士後研究員與博碩士班研究生。

#### (五)薪火相傳研習活動

邀請不同資歷的數學教學者共聚一堂，透過演講、座談及分組討論方式認識彼此之學術專長，分享與傳承寶貴的研究經驗，並藉不同主題的討論切磋，擴展研究視野增加不同學術專長學者間的合作。邀請的對象為科技部數學教育界中深具實力的資深學者或潛力近五年新進人員年輕學者。討論內容包含：學門概況、徵求重點、SIG 介紹、計畫審查流程、各種獎項申請。

#### (六)邀請國外學者互訪交流，推動跨國合作計畫

為了積極推動本學門學者與國外學者進行交流與跨國合作計畫，未來學門擬規劃組團到國外著名機構參訪或邀請國外學者來臺訪問交流。

#### 致謝

感謝林碧珍教授、劉柏宏教授、吳昭容教授及楊凱琳教授協助撰寫。