

多重指標數據的統計分析

交通大學統計學研究所 黃冠華

一、前言

在越來越多的生物醫學研究中，研究者常利用「多重指標」(multiple indicators)，來推斷一個人的健康狀況。例如，為了量度老年人的視覺能力，我們常以其對以下一系列問題的回答，做為評斷的標準：「當你在做（某一個）與視覺相關的活動時，你會不會感到有任何的困難？如果有，其困難程度為：有點困難、中度困難、非常困難、或根本無法從事此一活動？」由此，我們將會得到「多維類別型變數」(multivariate categorical variables)的回答。其他的領域，包括心理、教育和社會學，亦經常以其受試者，對上述型態問題集的回答，做為他們評斷受試者狀態的標準。本文旨在描述用於分析「多重指標」的統計方法。

從廣義上來講，我們的目標是要去描述多重指標和解釋變數間的關係。例如，本文中將以一個分析為例，其目的是為了決定：數個自我陳述的視覺功能障礙(self-reported ratings of functional disability)和客觀測量的視力損傷(psychophysical measures of visual impairment)之間的關聯性。研究者可以簡單地針對單一個視覺功能障礙與視力損傷進行個別分析。可是這種簡化的分析法，會導致以下兩種缺失：

- 我們將會浪費許多可用來估計參數的有用信息。這是因為一個人對多個功能障礙的陳述，常會受到一些共享因素的影響（例如：每個人都有不同定義「困難程度」的方式），而這些共享因素常無法用我們所考慮的解釋變數（如：視力損傷或一些特定的干擾因素）來加以解釋。因此，這些共享因素將會使多個自我陳述的功能障礙間產生相關性。如果我們對每一個功能障礙單獨分析，這個功能障礙間的相關性便會被忽略，如此我們便沒有充分利用所有有用訊息，從而產生功能障礙與視力損傷間關係的低效估計(inefficient estimate)。

- 個別分析將會忽略了我們利用多重指標（如：自我陳述的視覺功能障礙）來定義結果（如：視覺能力）其背後所蘊含的意義。當我們所要研究的結果是難以量化的（如：神經心理能力），或只能被粗略地加以估計的（如：日常飲食），或者本質上是多維的（如：視覺能力），研究人員就經常會以受試者對多個衡量指標的反應做為結果。這種多重指標的策略，可以詳細地描繪目標結果的特徵，減少測量誤差，並比單一測量值更能適切地反映研究的基本理論。如果只做個別分析，我們將不僅會忽略了用以產生多重指標的基本理論，且無法描述多個衡量指標間的相互關係。

要想成功地確定多重指標和解釋變數之間的關係，這中間存在著許多有待克服的挑戰。首先，現在雖已有許多用於分析服從高斯分配多維變數的統計方法[1, 2]，可是對於分析非高斯的多維變數，特別是對類別型變數，其可應用的分析方法便相對少見。這中間主要的困難點來自於，缺乏一個可用來描繪多維類別型變數的聯合分佈函數，也因此，我們便無法得到模型參數的最大概似估計量。其次，目前文獻上有的方法，大多是用以分析被反覆測量的單一變數(repeated measurements of a single response)，因此不同時間的測量值和解釋變數間的關係，便可被合理地假設為相同。相較之下，不同的指標變數和解釋變數間，往往有著不同的相關性，也因此需要運用更複雜的統計模型。最後，如同我們先前所說的，研究人員常希望藉著多重指標，用以推斷一個人無法直接觀察到的健康狀態。因此，我們便需要一個能將多個衡量指標總合起來的方法，並以此總合變數做為健康狀態的估計值。

二、方法

本文中，我們嘗試運用以下三種不同型態的

分析方式，對多重指標資料做一全面性的分析：

1. 先總結再分析 (**Summarize Then Analyze: STA**) 法：在這種方法中，我們首先創造出多重指標的總結統計量，然後再建立這個總結統計量與危險因子的關係模型。有許多方法可被用來製造總結統計量，這其中包括：因素分析法(factor analysis: [3])、對應分析法(correspondence analysis: [4])、多元尺度分析法(multidimensional scaling: [5])、或只是將各個項目的分數加總起來(scoring analysis: [6])。STA 法無疑是最簡單、也最常被使用的方法。這個方法不僅會將多維變數總合成單維變數，以利於後續分析，並且可藉由總結的過程，將各單一變數的測量誤差相互抵消。然而，我們亦需慎選總結方法，因為不適當的總結方法，有可能會錯誤地將不同性質的指標加以合併，進而掩蓋了危險因子和多重指標的真實關係。
2. 先分析再總結 (**Analyze Then Summarize: ATS**)法：本方法首先分析個別指標與危險因子間的關係，且分析中會將多重指標間可能存在的相關性納入模型。接著，我們將會進一步總結個別分析的結果。第一部分的分析可利用像：多變量變異數分析(multivariate analysis of variance: [1])、隨機效應模型(random effects model: [7])、或邊際模型(marginal model: [8])。因 ATS 法並沒有對多重指標與危險因子間的關係做任何的限制，所以本法可詳細描述每一個指標與危險因子間的關係，也因此可做為檢驗其他分析策略模型假設的參考。但為了維持這很有彈性的關係模型，有時也常會包含了許多不必要的參數，導致其他重要參數估計量的無效率性(inefficiency)。
3. 總結與分析並行 (**Summarize And Analyze: SAA**)法：這個方法將「多重指標之總結」與「建立總結統計量－危險因子關係」這兩個步驟，運用單一統計模型來同時執行。結構方程式模型(structure equation model: [9])、潛在變數模型(latent variable model: [10])為最常被用來執行這類分析的統計方法。SAA 法使用最精簡的(parsimonious)統計模型，且所使用的模型會自動針對可能產生的測量誤差加以更正，並能直接推估出所要研究的基本理論。然而為了達成這些優勢，SAA 法通常需做一

些非常強的建模假設。

以下，我們將上述分析方式應用於一組來自 the Salisbury Eye Evaluation (SEE) project [11] 的多重指標資料，用以詳細說明各個方式的執行步驟。

三、The Salisbury Eye Evaluation (SEE) project

SEE 計劃是一以美國馬里蘭州 Salisbury 地區、年齡介於 65 和 84 歲之間老年人為研究基礎的前瞻性研究 (population-based prospective study)，其目的是為了探討老年人視覺能力對其日常生活功能的影響。在這篇報告引用的資料中，受試者日常生活功能的評定，是根據其在以下五個視覺功能障礙問題，自我陳述的困難程度：白天裡能否看清楚路牌標誌、在夜晚能否看清楚路牌標誌、白天裡能否走下樓梯、在昏暗的燈光下能否走下樓梯、能否觀看電視。對於每一個活動，受試者可報告下面五個難度級別：1 = 無法做到、2 = 極其困難、3 = 中度困難、4 = 有點困難、5 = 不困難。至於受試者的視覺能力，則是根據其兩眼在下面四個測試的結果：視力、對比敏感度、眩光敏感度、立體敏銳度。所有的測試值都是越高分代表越好的視覺能力。

四、先總結再分析：評分分析(scoring analysis)

評分分析的第一步為計算多重指標之總和分數。在 SEE 計劃中，第 i 個受試者的日常生活功能總分 $R_i = \frac{1}{5} \sum_{m=1}^5 \{25 \times (O_{im} - 1)\}$ ，其中 (O_{i1}, \dots, O_{i5}) 為受試者在五個視覺功能障礙問題的自述困難程度。由於生活功能總分分佈為明顯地左偏斜(left skewed)，並不近似常態分佈，因此典型的線性迴歸，並不適合被用來建立生活功能總分與視覺能力間的關係。在此，我們先將生活功能總分類別化為高、中、低三個類別，接著再利用廣義線性模型(generalize linear model)，來求得類別化後的生活功能總分與視覺能力間的關係。表一的第一部分呈現了 SEE 計劃的評分分析結果。據此我們發現，視力、對比敏感度、立體敏銳度和日常生活功能間有顯著相關。這些結果提供我們對生活功能與視覺能力間關係的基

表一 多重指標分析結果：SEE 計劃中視覺功能障礙與視覺能力間的關係

視覺能力	視覺功能障礙比較	勝算比	95%信賴區間
先總結再分析：評分分析			
視力	高 vs. 低	2.74	(2.04, 3.68)
	中 vs. 低	1.72	(1.29, 2.28)
對比敏感度	高 vs. 低	1.69	(1.23, 2.32)
	中 vs. 低	1.46	(1.06, 2.01)
眩光敏感度	高 vs. 低	1.39	(0.97, 2.00)
	中 vs. 低	1.07	(0.73, 1.56)
立體敏銳度	高 vs. 低	1.25	(1.13, 1.39)
	中 vs. 低	1.23	(1.10, 1.37)
先分析再總結：叢聚序位資料之邊際模型			
視力	白天看清楚路牌	2.34	(1.95, 2.81)
	夜晚看清楚路牌	1.94	(1.63, 2.33)
	白天走下樓梯	1.16	(0.95, 1.41)
	昏暗燈光下樓梯	1.22	(1.02, 1.48)
	觀看電視	1.95	(1.62, 2.34)
對比敏感度	所有功能障礙	1.48	(1.26, 1.73)
眩光敏感度	所有功能障礙	1.44	(1.20, 1.72)
立體敏銳度	所有功能障礙	1.11	(1.05, 1.16)
總結與分析並行：潛在類別迴歸分析			
視力	無困難 vs. 夜晚看不清路牌	3.03	(2.32, 3.97)
	無困難 vs. 有下樓梯困難	1.06	(0.71, 1.58)
	無困難 vs. 都有困難	4.54	(2.93, 7.05)
對比敏感度	無困難 vs. 夜晚看不清路牌	1.32	(1.03, 1.69)
	無困難 vs. 有下樓梯困難	1.60	(1.14, 2.25)
	無困難 vs. 都有困難	1.87	(1.14, 3.06)
眩光敏感度	無困難 vs. 夜晚看不清路牌	1.70	(1.28, 2.25)
	無困難 vs. 有下樓梯困難	1.66	(1.12, 2.44)
	無困難 vs. 都有困難	2.13	(1.14, 3.97)
立體敏銳度	無困難 vs. 夜晚看不清路牌	1.01	(0.94, 1.09)
	無困難 vs. 有下樓梯困難	1.11	(1.00, 1.23)
	無困難 vs. 都有困難	1.17	(0.98, 1.41)

本認識，並可做為後續較複雜的 ATS 與 SAA 分析的具體參考。

五、先分析再總結：叢聚序位資料之邊際模型(marginal model for clustered ordinal data)

由於我們的因變數(自我陳述從事某些與視覺相關活動的困難程度)為序位資料，我們因此改良 Heagerty and Zeger (HZ: [12])所提出用於叢聚序位資料的邊際模型，用以執行 ATS 分析 [13]。HZ 的邊際模型包含兩部分：第一部分用

以描寫個別日常生活功能障礙與視覺能力間的關係，第二部分則是為了多個日常生活功能障礙間可能存在的相關性。更明確地說，第一部分的模型為

$$\log \left[\frac{\Pr(O_{im} > c)}{\Pr(O_{im} \leq c)} \right] = \theta_{cm} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_m, m = 1, \dots, 5,$$

其中 $c \in (1, \dots, 5)$ 代表不同的難度級別， \mathbf{x}_i 為視覺能力測量值，而 $\boldsymbol{\beta}_m$ 則代表第 m 個日常生活功能障礙與視覺能力間的關係；第二部分則經由以

下的全域勝算比(global odds ratio)模型，來描述任兩個日常生活功能障礙 O_{im} 與 O_{ik} 間的相關性：

$$\log \left[\frac{\Pr(O_{im} > c_1, O_{ik} > c_2) \Pr(O_{im} \leq c_1, O_{ik} \leq c_2)}{\Pr(O_{im} > c_1, O_{ik} \leq c_2) \Pr(O_{im} \leq c_1, O_{ik} > c_2)} \right] = \alpha_0.$$

呈現於表一第二部分的結果顯示，所有視覺能力均對日常生活功能有顯著的影響，這些與從 SAA 中得到的結論一致。然而較特別的是，我們發現視力對下樓梯相關活動的影響遠較其對其他活動來得小，而其餘的視覺能力則對不同日常生活功能有一致的影響。

六、總結與分析並行：潛在類別迴歸分析 (regression extension of latent class analysis)

潛在類別迴歸分析[14]可將受試者對五個視覺功能障礙問題的回答加以總結，並同時建立總結功能障礙與視覺能力間的關係。此分析以受試者的「隱藏功能分組」(latent class)當做功能障礙的總結，其確切的模型如下：

$$\Pr(O_{i1} = o_1, \dots, O_{i5} = o_5) = \sum_{j=1}^4 \left\{ \Pr(S_i = j) \prod_{m=1}^5 \prod_{k=1}^5 [\Pr(O_{im} = k | S_i = j)]^{o_{mk}} \right\},$$

其中 $o_{mk} = \mathbf{I}(o_m = k)$ 為第 k 個難度級別的指標函數， $S_i \in (1, \dots, 4)$ 代表第 i 個受試者所屬的隱藏功能分組；而隱藏功能分組與視覺能力間的關係，則透過以下廣義線性模型建立：

$$\log \left[\frac{\Pr(S_i = j)}{\Pr(S_i = 4)} \right] = \beta_{0j} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}_j, \quad j = 1, 2, 3.$$

隱藏功能各個分組所代表的意義，可藉由條件機率 $\Pr(O_{im} = k | S_i = j)$ 獲取。分析結果顯示，受試者可分成以下四個隱藏功能組：僅有於夜晚看清楚路牌標誌的困難者、有下樓梯（不論白天或昏暗燈光下）與於夜晚看清楚路牌標誌的困難者、從事所有的活動均有困難者、及對所有的活動均無困難者。從表一第三部分我們進一步發現，不同的視覺能力會與不同的隱藏功能組相關。比較特別的是，視力與下樓梯困難組並不相關，但立體敏銳度卻只和下樓梯困難組相關。這發現對預防老年人受到下樓梯相關的損傷，有很大的用處。

七、結語

「多重指標」已廣泛地為許多研究領域所採行，用以評估受試者隱藏的功能或身心狀態。然而這類型數據的分析，卻存在著許多有待克服的困難。本文提供三種分析多重指標數據的統計方法。由分析 SEE 計劃的資料與過往的經驗，我們發現最有效的分析流程為：首先以 STA 法獲得初步的結果，然後再使用 ATS 法和 SAA 法來設法檢視那些可能遭 STA 法所掩蓋的關係。本文希望能提供一個分析多重指標數據可依循的標準，並開啓新一代分析方法的研究。

參考文獻

- [1] R. A. Johnson and D. W. Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis* (6th ed.) Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall (2007).
- [2] N. M. Laird and J. H. Ware, *Biometrics*, **38**, 963 (1982).
- [3] B. Muthen, *Psychometrika*, **43**, 551 (1978).
- [4] M. J. Greenacre, *Theory and Applications of Correspondence Analysis*, London, Academic Press (1984).
- [5] J. B. Kruskal and M. Wish, *Multidimensional Scaling*, Sage University Paper series on Quantitative Applications in the Social Sciences (series no. 07-011) Beverly Hills and London, Sage Publication (1976).
- [6] A. Stewart and J. Ware, *Measuring Functioning and Well-being*, Durham, NC, Duke University Press (1992).
- [7] A. S. Bryk and S. W. Raudenbush, *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods*, Newbury Park, CA, Sage (1992).
- [8] K. Y. Liang and S. L. Zeger, *Biometrika*, **73**, 13 (1986).
- [9] L. Muthen and B. Muthen, *Mplus User's Guide*, Los Angeles, CA, Muthen & Muthen (1998).
- [10] L. A. Goodman, *Biometrika*, **61**, 215 (1974).
- [11] S. K. West, B. Munoz, G. S. Rubin, O. D. Schein, K. Bandeen-Roche, S. L. Zeger, P. S. German and L. P. Fried, *Investigative Oph-*

thalmology and Visual Science, **38**, 72 (1997).

- [12] P. J. Heagerty and S. L. Zeger, *Journal of the American Statistical Association*, **91**, 1024 (1996).

- [13] G. H. Huang, K. Bandeen-Roche and G. S. Rubin, *Applied Statistics*, **51**, 37 (2002).

- [14] G. H. Huang and K. Bandeen-Roche, *Psychometrika*, **69**, 5 (2004).