

# 代數幾何及量子物理

中央研究院數學研究所 阮希石

近五年來，本人的研究領域為橫跨數學及理論物理科學的兩個主要學門：代數幾何及量子物理。而近年來的研究主題，著重於與可積統計物理模型及超絃理論具密切關連及互輔之代數幾何及對稱數學結構。現就兩年來，個人研究之具體成果，依其性質及相關參考文獻分述如下：

- (1) 2D 可積統計物理格子模型(2D exactly solvable statistical lattice model)及其相關連 1D Hamiltonian 之代數幾何研究[2]：於 2D 可積統計物理中，chiral Potts (N-state) model 是一重要且尚待探討的模型，其困難度源自其 rapidity 變數形成一高 genus 之代數曲線，本人以代數幾何中之技巧，就此模型部分之物理量，進行系統的定性分析及研討。除此之外，由於一些間接的物理數據顯示，chiral Potts model 應與其他較為熟悉 1D Hamiltonian chain 具有密切，然未澄清的關連，其中包括了 XXZ model, Hofstadter type Hamiltonian, Discrete quantum pendulum, Discrete sine-Gordon model 等。目前本人與林紹雄合作研究，以 quantum inverse scatter 方法，於此類 Hamiltonian 之能譜問題以及 Bethe Ansatz 之數學結構，作一系統的探討，得到滿意的成果。
- (2) Quantum spin chain 及 conformal 場論中無限維對稱代數結構之研究[3]：本人於此領域研究的對稱代數體為兩類，Onsager algebra 及  $N=2$  superconformal algebra. Onsager algebra 為 L. Onsager 於 1944 解決 2D Ising model 問題時，所引進之一種李代數，於 1980 年代此代數結構重現於

superintegrable chiral Potts quantum chain 之研究中。近年來本人與 E. Date 合作研究，就 Onsager algebra 的數學結構及表現論得到了完整結論，同時亦顯現其與組合學的關連。而就 Onsager algebra 表現論，落實於 chiral Potts quantum chain 的能譜問題上，目前本人與 G. von Gehlen 合作研究，得到一些實質的突破及了解，而得到類似 Chebyshev 多項式性質之數學結構。另一對稱代數體  $N=2$  superconformal algebra，是描述  $N=2$  超絃理論之對稱結構，本人於此代數表現論之 character，進行了完整的數學研討，得到了 character 的 Jacobi-form 的表現形式，以及 Heisenberg 及 modular 不變性質。

- (3) 超絃理論中引發於 orbifold singularity 的代數幾何研究[1]：此題材源自 80 年代中期超絃理論中描述 orbifold string vacuum 公式，而引發之 3-dim. crepant resolution 的代數幾何猜想。本人於 90 年代中期於此問題得到了數學解答，然而就其相關幾何體之結構，及於高維度之對應問題為一尚待探討之研究題材。近兩年來，本人與江立合作研究，就此領域，新近引進 G-Hilbert scheme 的題材，作一系統的研討，而於 4 維 A-type singularity 的 orbifold 幾何及 crepant resolution 的問題，得到完整的結論。

## 參考文獻

- [1] -----Topology, 35, 489 (1996).
- [2] -----Helv. Phys. Acta, 71, 242 (1998).
- [3] -----algebra by closed ideals, J. Phys. A: Math. Gen., 33, 3275 (2000).