

# 混沌同步及 $H_\infty$ 控制之簡介

清華大學數學系 林文偉

## 一、混沌同步控制

自從 1990 年由 Pecora 及 Carroll 在 PRL 所提出的混沌同步觀念之後，十多年來混沌同步現象的理論及在保密通訊上的應用被國際上廣泛的重視。眾所周知混沌運動具有初值的敏感性，而目前所提出的有替代信號驅動混沌同步及反饋驅動混沌同步等，可以將兩個全同或相似的混沌系統穩定地控制到一致的同步性或漸近相似性。也就是在新的控制模型下，全部的 Lyapunov 指數均被調整為負值。對此重要的課題，五年來我們從理論概念及應用方法二方面著手進行深入的研究。在理論部分，我們針對連續型的 Lorenz、Duffing、Van der Pol 和廣義二階振盪子，及離散型的 Logistic 等混沌的動力系統在局部連結的網路體系上的漸近同步，全等同步及拓樸同步現象均給出了嚴格的數學證明。其中我們利用了巧妙的座標系統的變換及構造了特殊的 Lyapunov 函數。此方法是這方面研究最先提出的觀念，對後續的研究工作給出了重要的指引。主要的成果發表在[1-6、12、13、20]。在應用的部分，有別於蔡氏(Chua)電路的混沌同步，我們以數值方法在超高頻(GHz)的雷射二極體發現了漸近相似混沌同步現象，並成功的應用在 AM, FM 及 Digital 多重訊號單路的保密及解密傳遞。在高速保密通訊系統的發展給出一定的貢獻。主要成果發表於[14、15]。

## 二、 $H_\infty$ -最佳控制及 Riccati 方程

以 1990 年為界的話， $H_2$ -控制稱為現代最佳控制， $H_\infty$ -控制則被稱為後現代最佳控制。是由 Doyle、Glover、Francis 等人於 1987 年左右提出  $H_\infty$  最佳控制的理論與設計。最佳控制器的設計是將一可調變的參數調節到滿足最佳的控制條件下完成。在設計上必須通過計算機反覆的計算求得。然而此時所發生的計算

誤差若沒有嚴格的控制，將導致設計上所關切的差之毫厘，失之千里的嚴重後果。我們近年來致力於發展有效可靠的數值方法，對於連續型及離散型  $H_\infty$  最佳控制器的精密設計，提供了可靠性，穩健性的演算方法並對計算誤差的掌控作了詳盡的分析。主要成果發表在[7、8、10、17]。本方法目前在該領域中是首創的穩健方法。同時，我們也對  $H_\infty$ -控制及週期  $H_\infty$ -控制所引發的週期或常值的 Riccati 方程所對應的 Hamiltonian 及 Symplectic 矩陣束的 Canonical 型態理論分析及 Lagrangian 不變子空間的穩健計算分法及誤差分析提出了具體的貢獻[7、9、18]。在對 Transport 理論所導出的超大型非對稱 Riccati 方程的非負解及有限元方法對空氣振動系統最佳控制所導出的超大型 Riccati 方程的半正定解，我們發展了不變子空間 Extraction 技巧及 J-Lanczos 方法成功地解決了傳統疊代法上不能收斂或不能保持結構誤差所導致的缺憾。主要成果發表在[11、16、19]。

## 三、後語

近五年來的研究要非常感謝國家理論科學中心提供了絕佳的研究環境，使我們可以充分的安排結合了國內外的研究學者齊聚一堂，作出具體的貢獻。

## 參考文獻

- [1,2,3,4,5,6] : Int. J. Bif. Chaos, Vol.8, 2353-2373(1998), Vol.9, 1635-1652(1999), Vol.10, 2323-2337(2000), Vol.10, 2717-2728(2000), Vol.11, 1937-1951(2001), Vol.12(2002) to appear.
- [7,8,9] : SIAM Mat. Anal. Appl., Vol.18, 590-614 (1997), Vol.20, 228-243(1998), SIMAX (2002) to appear.
- [10] : SIAM Num. Anal. Vol.38, 515-547(2000).
- [11] : SIAM Sci. Comp (2002) to appear.

[12] : SIAM Appl. Dyn. Syotems (2002) to appear.

[13] : Physica D (2002) to appear.

[14,15] : IEEE J. Quan. Elec., Vol.36, 300-304  
(2000), IEEE PTL, Vol.12, 179-181 (2000).

[16,17,18,19] : Lin. Alg. Appl., Vol.252, 81-

105(1997), Vol.287, 223-255(1999), Vol.303,  
469-533(1999), Vol. 337, 157-187(2001).

[20] : J. Math. Anal. Appl., Vol. 250, 222-244  
(2000).