

超對稱及多維空間

清華大學物理系 張敬民

一、導論

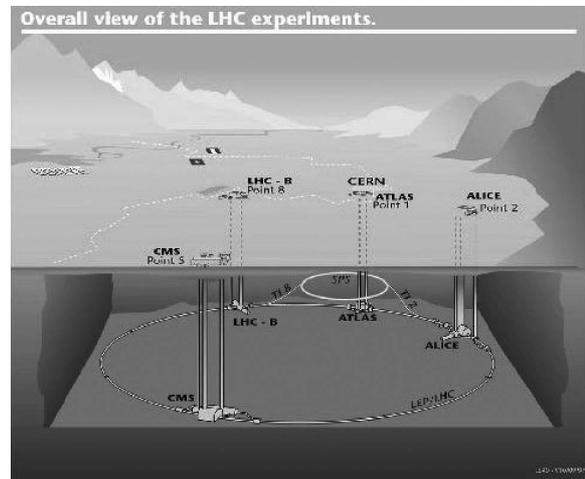
粒子物理的標準模型，被認為是最成功的一個標準模型。經過三十多年的實驗考證，標準模型其準確程度達到 10^{-3} 。無論如何，作為一個理論學家，我們相信標準模型不會是最終的理論，原因如下：(一)標準模型有很多參數，特別是費米子的質量，這跟味道問題有關。又為什麼只有三個家庭？(二)標準模型沒有把所有作用力合在一起；(三)Gauge Hierarchy 或 fine-tuning 問題。在粒子物理中有兩個 scales，弱電 scale 及 Planck scale，它們之間相差 16-17 orders of magnitude，這樣會導致 Higgs Boson 質量超大的修正，因此需要非常 fine-tuned 的抵消，才可以有 O(100) GeV 的 Higgs boson。除了以上的考量，在其他領域上也告訴我們，標準模型是不足夠的。最轟動的莫過於微中子，其有了質量 and 相互震盪。另外，從天文及宇宙觀測中，幾乎可以肯定黑暗物質的存在，但我們對它的認識很少，更談不上它可能在標準模型以內。在最近這幾年當中，藉著超新星的測距，宇宙微波輻射的測量，我們發現在宇宙中，存在著另一種更神秘的物質，是我們不能了解的，稱為"黑暗能量"，在標準模型以內，我們是無法解釋這個物質，標準模型也無法給予一個合理的解釋，為何宇宙物質比反物質多了許多。

大家都有一個信念，那就是新的物理會在 1 TeV 左右時被發現，未來的 LHC 實驗，將會實現我們的夢想，LHC 將在未來二十年高能實驗中扮演最重要的角色。LHC 的簡圖如下。

針對標準模型的缺點，理論家提出過多個新模型，尤其以 supersymmetry (超對稱)及 extra-dimensions(多維空間)的模型最為普遍，以下作簡單描述。

二、超對稱

超對稱是對於 bosons 及 fermions 互換的對



圖二 LHC 實驗的簡圖

稱。簡單來說每一個 fermion，都有一個質量相同和自旋相差 1/2 的 boson，就是超對稱同伴，例如電子 electron，就有 selectron，它們與 Higgs boson 的 coupling 也有一定的關係。為何要這樣嚴緊？原因就是之前提過的 gauge hierarchy 問題。試考慮 Higgs boson 質量修正，如圖二中的 fermion loop 有以下的修正

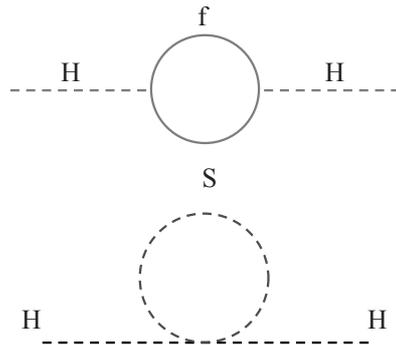
$$\Delta M_H^2 = \frac{|\lambda_f|^2}{16\pi^2} \left[-2\Lambda_{UV}^2 + 6m_f^2 \log(\Lambda_{UV}/m_f) + \dots \right]$$

Λ_{UV} 是理論的 upper cutoff，在標準模型中就是 M_{Pl} ，所以為了使觀察質量在乎 O(100) GeV，bare 質量跟以上的 ΔM_H^2 就要互相抵消至 1 part in 10^{16-17} ，這是一個 fine-tuning 問題。剛剛說過在超對稱之下，每個 fermion 都有一個超對稱同伴，在圖二用 S 來代表，從它所得到的質量修正是

$$\Delta M_H^2 = \frac{\lambda_S}{16\pi^2} \left[\Lambda_{UV}^2 - 2m_S^2 \log(\Lambda_{UV}/m_S) + \dots \right]$$

只要符合 $m_S = m_f$ 及 $\lambda_S = |\lambda_f|^2$ ，還有每個 fermion 有兩個自由度，所以兩個 S 就完全將 Λ_{UV} 的發散抵消，fine-tuning 問題就得解決。

可是在實際上超對稱是被破壞了。如果超對



圖二 Higgs boson 質量修正

稱仍存在，我們應已找到電子的超對稱同伴。因 fine-tuning 的理由，超對稱同伴質量應在 $O(0.1-1)$ TeV，這就是 weak-scale supersymmetry。超對稱不單數學漂亮，而且在物理上提供了多個問題的解。以上討論過 gauge hierarchy 問題；透過超對稱，電磁、弱作用及強作用 coupling 常數可以合一；又提供了動態的弱作用破壞，這是標準模型所缺的；透過 R-parity 提供了一個黑暗物質。在過去一年多內，WMAP 實驗精準地測量了宇宙裏的黑暗物質多少為 $\Omega h^2 = 0.094-0.129$ 。多個分析把超對稱的參數空間減剩下頗少的區域，為了徹底了解這些區域，就要透過加速器實驗來探討，這些都是現在活躍的研究題目。

最近 Arkani 及 Dimopoulos[1] 提出一個極端的建議，放棄 gauge hierarchy 問題，接受 fine-tuning 事實，原因是宇宙常數最好的解就是 fine-tuning，要求 1 part in 10^{120} ，所以 gauge hierarchy 的 10^{16-17} fine-tuning 絕對沒問題。這樣之下，超對稱同伴不需要在 weak scale，而可以好重 10^9-10^{16} GeV，但 gauginos 和 higgsinos 仍要在 TeV 左右，來得到 gauge coupling 合一及黑暗物質。這建議最明顯的特點就是 gluino 是穩定的，在加速器實驗中形成不衰變帶電重粒子，產生 ionization tracks，但因為對 gluino-hadron 的質量譜不了解，以上的訊號存在很多未知數。在[2]我們提出另一個有趣的 gluino 訊號，由於 gluino 穩定及帶強作用，所以一對 gluinos 可以形成一個 bound state，叫 gluinonium。這 gluinonium 中的兩個 gluions 可以互相湮滅，放出 $t\bar{t}$ 或 $b\bar{b}$ 對，在 $t\bar{t}$ invariant mass spectrum 上形成一個頂點[2]。

超對稱有很多的變化，又有很多超對稱破壞的模型，現在所提出的理論，將來都會在 LHC 測試，所以 LHC 是理論家將來的命脈。

三、多維空間

Arkani, Dimopoulos 和 Dvali [3] 提出，如果只有引力存在於多維空間，這些多維空間可以非常大，可以大到 1mm。這樣下牛頓萬有引力，在 1mm 以下會有更改，但目前的引力實驗還未達到這個準確值。我們所看到的 Planck Scale M_{Pl} 變成一個可變的參數： $M_{Pl}^2 \equiv M_D^{n+2} R^n$ 在當中 M_D 才是這個模型中基本的 Planck Scale，R 是多維空間的大小。如果 R 真的是很大， M_D 就可以相當的小，可能會只有到 TeV，這樣就沒有 Gauge hierarchy 的問題了。在這模型裡，一般粒子都困在一片 3-brane 上，而只有引力子才可走到多維的空間。在高能實驗中，普通粒子可以碰撞產生引力子，而引力子可以有兩種可能性：(i) 帶著能量及動量，走出多維空間，這樣在實驗中，產生了"失去能量"的作用，(ii) 引力子可以返回 3-brane 上，跟標準模型的碰撞 amplitude，產生干擾，尤其在റ高能領域中，產生特別效應，如果可以準確的度量，便可以找到干擾效應。較詳細內容可參看[4,5]。

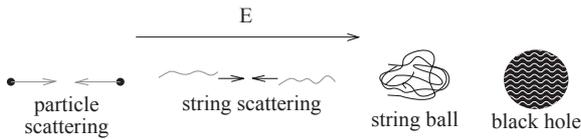
ADD 模型也有一個非常特別的性質，就是基本 Planck scale 可以只有 TeV。這樣在 LHC 能量可大大超過 M_D ，而產生一些量子引力的效應，如產生黑洞，弦球(string balls)，及 P-brane [6-11]。在圖三中我們做了一個簡單的描述，在低能時，粒子的碰撞可以用粒子來代表，但當能量提高到接近，或者是超過 M_D ，這時要用弦來代表碰撞的過程。

再當能量提到更高，弦變的相當活躍，加上高度的纏繞，成為弦球。再進一步弦球就會轉變成一個黑洞。所以當能量超越 M_D 時，以上的效應都可能發生。在粒子碰撞中，產生黑洞的切面是：

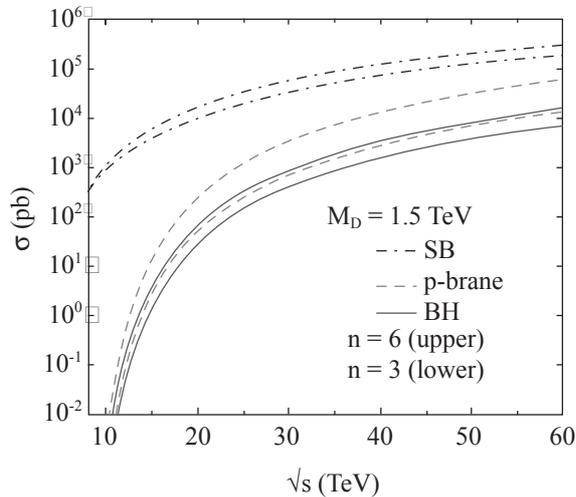
$$\sigma = \pi R_{BH}^2$$

這是依賴半經典的理論。假定兩個近來碰撞的粒子，它們帶有 $(S)^{1/2}$ 的能量，如果它們能把所有的能量都轉換成爲黑洞，它們之間的距離不應大過於黑洞的半徑，這樣就可以引致上面的切面方程。

講述完黑洞的產生，繼而要處理的是黑洞的衰變。簡單的想，黑洞可能衰變放出引力子，然後引力子跑到多維空間，這樣實驗便不能看到黑



圖三 超越 Planck scale



圖四 黑洞、弦球、p-brane 的產生切面

洞。但 Emparan, Horowitz 和 Myers[6] 持不同的觀點，他們認為因為黑洞的半徑比多維空間的 R 小很多，黑洞就好像一個 S-wave 發射點，而不能容易的在多維空間裡，產生高角動量的 states，所以絕大部分會衰變，放出標準模型粒子。根據粒子的自由度而產生的重子：輕子的比例是 5 : 1，再加上黑洞的衰變是恆溫 (isothermal)，一個幾 TeV 的黑洞可以衰變放出 30-50 個粒子，所以每個粒子都帶著幾百 GeV，因此，黑洞的 event 就好像是一個形狀是圓球體的火球，這樣的 event 是非常清晰，背景非常的低，在實驗中可以算黑洞的產生數目，來斷定

M_D 的大小，及多維空間的數目。在圖四中展示了在 pp 加速器的產生切面[11]。

四、總結

以上只是討論了一點點新物理而已，在未來會出現更多更精彩的理論，最終都是要實驗來測試。

參考資料

- [1] N. Arkani-Hamed and S. Dimopoulos, hep-ph/0405159.
- [2] K. Cheung and W.-Y. Keung, hep-ph/0408335.
- [3] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. Dvali, *Phys. Lett., B*, **429**, 263 (1998).
- [4] K. Cheung, "Collider Phenomenology for a few extra dimension models", hep-ph/0409028.
- [5] 張敬民, 「多維空間、加速現象」, 物理雙月刊第廿五卷六期 817 頁, 2003 年十二月。
- [6] S. Giddings and S. Thomas, *Phys. Rev. D*, **65**, 056010 (2002)
- [7] S. Dimopoulos and G. Landsberg, *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 161602 (2001).
- [8] S. Dimopoulos and R. Emparan, *Phys. Lett., B*, **526**, 393 (2002).
- [9] R. Emparan, G. Horowitz and R. Myers, *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 499 (2000).
- [10] K. Cheung, *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 221602 (2002).
- [11] K. Cheung, *Phys. Rev. D*, **66**, 036007 (2002).